

© International Baccalaureate Organization 2024

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2024

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2024

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

# Mathématiques : applications et interprétation

## Niveau moyen

### Épreuve 2

2 mai 2024

Zone A matin | Zone B matin | Zone C matin

1 heure 30 minutes

---

#### Instructions destinées aux candidats

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation NM** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[80 points]**.

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 16]

Au cours d'une semaine donnée, le nombre d'élèves d'une certaine école primaire qui étaient absents à cause des poux ( $H$ ), de la grippe ( $I$ ) et/ou de la varicelle ( $C$ ) ont été enregistrés comme suit.

L'école primaire compte 500 élèves.

|    |  |
|----|--|
| 35 | élèves ont eu seulement des poux                           |
| 20 | élèves ont eu seulement la grippe                          |
| 5  | élèves ont eu seulement la varicelle                       |
| 4  | élèves ont eu des poux et la grippe, mais pas la varicelle |
| 2  | élèves ont eu des poux et la varicelle, mais pas la grippe |
| 3  | élèves ont eu la grippe et la varicelle, mais pas des poux |
| 1  | élève a eu des poux, la grippe et la varicelle             |

(a) Dessinez un diagramme de Venn pour représenter cette information. [3]

(b) Calculez le nombre d'élèves qui n'ont eu ni des poux, ni la grippe, ni la varicelle. [2]

Un élève est choisi au hasard parmi tous les élèves de l'école.

(c) Trouvez la probabilité que cet élève ait eu

(i) des poux.

(ii) la grippe, sachant que l'élève a eu des poux. [4]

**(Suite de la question à la page suivante)**

**(Suite de la question 1)**

Diego est un enseignant de cette école. Il croit que le nombre d'élèves,  $n$ , qui ont eu la grippe au cours des  $t$  premiers jours de l'année scolaire, peut être modélisé par la fonction

$$n(t) = 250 - 240(2)^{kt}, k \in \mathbb{R}.$$

- (d) Utilisez le modèle de Diego pour calculer le nombre d'élèves qui ont commencé l'année scolaire avec la grippe. [2]

On sait que 130 élèves ont contracté la grippe au cours des 10 premiers jours de l'année scolaire.

- (e) Trouvez la valeur de  $k$ . [2]

- (f) En utilisant ce modèle, calculez le nombre de jours qu'il faudrait pour que 200 élèves aient eu la grippe depuis la rentrée scolaire. [2]

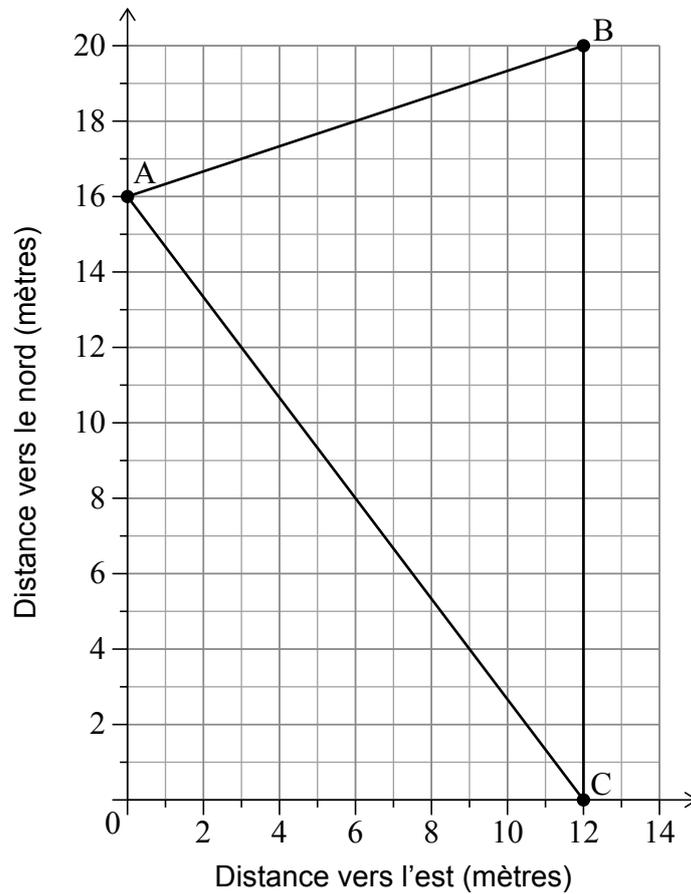
Au dernier jour de l'année scolaire, on savait que 300 élèves avaient eu la grippe.

- (g) Commentez la pertinence du modèle de Diego. [1]

2. [Note maximale : 14]

Mai est dans un parc d'attractions. Un plan d'une partie du parc d'attractions est représenté sur le système d'axes suivant.

Les trois attractions préférées de Mai sont situées en  $A(0 ; 16)$ ,  $B(12 ; 20)$  et  $C(12 ; 0)$ . Toutes les mesures sont en mètres.



(a) Écrivez la distance entre B et C. [1]

(b) Calculez la distance entre A et B. [2]

(Suite de la question à la page suivante)

**(Suite de la question 2)**

Mai se tient devant l'attraction située en B et souhaite se rendre directement à pied à l'attraction située en A.

(c) Calculez le relèvement de A à partir de B. [3]

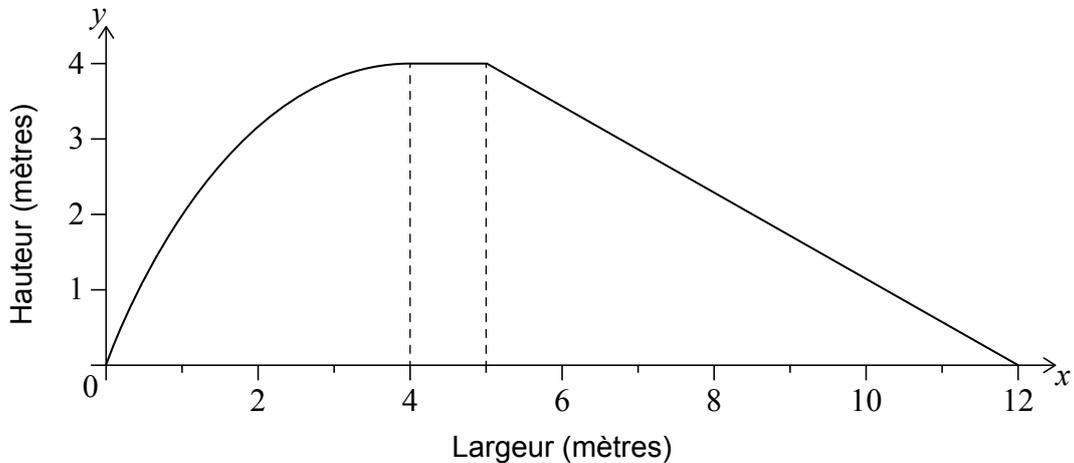
Une fontaine à eau doit être installée en un point situé à égale distance de chacune des attractions situées en A, B et C.

- (d) (i) Écrivez la pente de [AC].
- (ii) Écrivez le point milieu de [AC].
- (iii) À partir de là, calculez les coordonnées de la fontaine à eau. [8]

Page vierge

3. [Note maximale : 15]

Le diagramme suivant montre un modèle de la vue latérale d'une glissade d'eau. Toutes les longueurs sont mesurées en mètres.



La partie incurvée de la glissade est modélisée par

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x \text{ pour } 0 \leq x \leq 4.$$

Le reste de la glissade est modélisé par

$$g(x) = \begin{cases} 4, & \text{pour } 4 \leq x \leq 5 \\ \frac{48}{7} - \frac{4x}{7}, & \text{pour } 5 \leq x \leq 12 \end{cases}$$

- (a) Utilisez la formule des trapèzes avec un intervalle de largeur 1 pour calculer l'aire approximative sous le modèle de la glissade dans l'intervalle  $0 \leq x \leq 4$ . [5]
- (b) Trouvez  $\int \left( -\frac{1}{4}x^2 + 2x \right) dx$ . [3]
- (c) Calculez l'aire exacte sous le modèle entier de la glissade, pour  $0 \leq x \leq 12$ . [4]
- (d) Trouvez le pourcentage d'erreur dans l'aire **totale** sous le modèle entier de la glissade lorsqu'on utilise la valeur approchée de la partie (a). [3]

4. [Note maximale : 19]

Une étude récente a révélé que la taille des femmes néerlandaises peut être modélisée par une distribution normale ayant une moyenne de 170,7 cm et un écart type de 6,3 cm.

Une femme néerlandaise est choisie au hasard.

(a) Calculez la probabilité que sa taille soit

(i) inférieure à 160 cm.

(ii) entre 160 cm et 170 cm.

[4]

27% des femmes néerlandaises ont une taille supérieure à  $h$  mètres.

(b) Calculez la valeur de  $h$ .

[2]

Janneke sélectionne un échantillon aléatoire de 200 femmes néerlandaises d'Amsterdam et mesure leur taille. Elle souhaite déterminer si cet échantillon aurait pu être choisi dans une population normalement distribuée avec une moyenne de 170,7 cm et un écart type de 6,3 cm.

Elle effectue un test d'ajustement du  $\chi^2$  au niveau de signification de 5%. Elle commence par créer le tableau d'effectifs suivant.

| Taille, $h$        | Effectifs observés | Effectifs théoriques |
|--------------------|--------------------|----------------------|
| $h \leq 160$       | 6                  | 8,943                |
| $160 < h \leq 170$ | 85                 | $a$                  |
| $170 < h \leq 180$ | 92                 | $b$                  |
| $h > 180$          | 17                 | 13,99                |

(c) Calculez, avec une précision de quatre chiffres significatifs, la valeur de

(i)  $a$ .

(ii)  $b$ .

[2]

(Suite de la question à la page suivante)

**(Suite de la question 4)**

Les hypothèses du test de Janneke sont

$H_0$ : les tailles sont tirées d'une population normalement distribuée avec une moyenne de 170,7 cm et un écart type de 6,3 cm

$H_1$ : les tailles ne sont pas tirées d'une population normalement distribuée avec une moyenne de 170,7 cm et un écart type de 6,3 cm

(d) Écrivez le nombre de degrés de liberté pour ce test. [1]

La valeur critique pour ce test est 7,815.

(e) Effectuez le test d'ajustement du  $\chi^2$  et indiquez votre conclusion, en justifiant votre raisonnement. [4]

Gundega affirme qu'en moyenne, les femmes lettones sont plus grandes que les femmes néerlandaises.

Des échantillons aléatoires de 10 femmes lettones et 10 femmes néerlandaises sont choisis et leurs tailles sont mesurées.

| Tailles des femmes lettones (cm) |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|----------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 171                              | 163 | 180 | 159 | 169 | 182 | 166 | 168 | 171 | 170 |

| Tailles des femmes néerlandaises (cm) |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 173                                   | 182 | 181 | 166 | 175 | 161 | 169 | 165 | 172 | 169 |

Gundega effectue un test  $t$  de Student au niveau de signification de 5%. On suppose que les populations sont normalement distribuées et ont des variances égales.

(f) Écrivez l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative pour ce test. [2]

(g) Effectuez le test  $t$  de Student et indiquez la conclusion, en justifiant votre raisonnement. [4]

5. [Note maximale : 16]

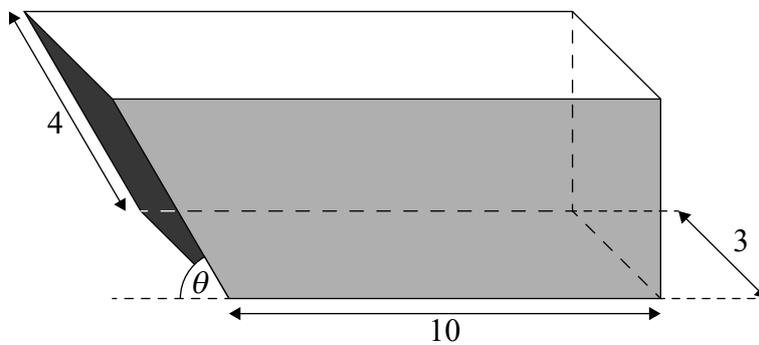
Une benne est un conteneur utilisé pour transporter des déchets hors d'un chantier de construction. Pour des raisons de sécurité, les déchets ne doivent pas dépasser le haut de la benne. Le volume maximal de déchets à transporter est donc égal au volume de la benne.



Une conception particulière de benne peut être modélisée comme un prisme dont la coupe transversale est trapézoïdale. Pour que la benne puisse être transportée, elle doit avoir une base rectangulaire d'une longueur de 10 m et d'une largeur de 3 m. La longueur de l'arête inclinée est fixée à 4 m et fait un angle de  $\theta$  avec l'horizontale.

Le diagramme suivant montre une telle benne.

la figure n'est pas à l'échelle



(Suite de la question à la page suivante)

**(Suite de la question 5)**

- (a) Trouvez le volume de la benne,
- (i) si la longueur de l'arête supérieure de la benne est de 11 m.
  - (ii) si la hauteur de la benne est de 3,2 m.
  - (iii) si  $\theta$  mesure  $60^\circ$ . [9]
- (b) Montrez que le volume,  $V\text{m}^3$ , de la benne est donné par
- $$24 \sin(\theta)(5 + \cos(\theta)).$$
- [2]
- (c) Expliquez, dans le contexte, pourquoi  $\theta \neq 0$ . [1]
- (d) (i) Esquissez la représentation graphique de  $V = 24 \sin(\theta)(5 + \cos(\theta))$ ,  $0 < \theta < 90^\circ$ .
- (ii) Trouvez le volume maximal de la benne et la valeur de  $\theta$  correspondant à ce volume maximal. [4]
- 

**Avertissement :**

Le contenu utilisé dans les évaluations de l'IB est extrait de sources authentiques issues de tierces parties. Les avis qui y sont exprimés appartiennent à leurs auteurs et/ou éditeurs, et ne reflètent pas nécessairement ceux de l'IB.

**Références :**

5. Andyqwe, s.d. *Dumpster truck* [Image en ligne] Disponible sur Internet : <https://www.gettyimages.co.uk/detail/photo/dumpster-truck-royalty-free-image/157611454> [Référence du 18 avril 2023] Source adaptée.

**Tous les autres textes, graphiques et illustrations : © Organisation du Baccalauréat International 2024**